

УДК 630*52:630*174.754

В.А. Усольцев^{1,2}, И.С. Цепордей², С.О.Р. Шубаيري¹,
Дж.А. Дар³, В.П. Часовских¹

¹ Уральский государственный лесотехнический университет, г. Екатеринбург

² Ботанический сад УрО РАН, г. Екатеринбург

³ Biodiversity Conservation Lab., Department of Botany, Sagar, M.P., India

АДДИТИВНЫЕ АЛЛОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ФИТОМАССЫ ДЕРЕВЬЕВ И ДРЕВОСТОЕВ ДВУХВОЙНЫХ СОСЕН КАК ОСНОВА РЕГИОНАЛЬНЫХ ТАКСАЦИОННЫХ НОРМАТИВОВ ДЛЯ ЕВРАЗИИ

Ключевые слова: *подрод Pinus L., биосферная роль лесов, фитомасса деревьев и древостоев, аллометрические модели, пробные площади, биологическая продуктивность, аддитивность уравнений, трансконтинентальные таблицы фитомассы.*

Впервые на уникальных по объёму базам фактических данных о фитомассе деревьев и древостоев на примере подрода *Pinus* L. разработаны трансевразийские аддитивные модели фитомассы сосны, и тем самым решена совмещенная проблема аддитивности и всеобщности моделей. Модель фитомассы деревьев гармонизирована двояко: в ней устранена внутренняя противоречивость «фракционных» и общего уравнения, и кроме того, она учитывает региональные различия равновеликих деревьев как по величине общей, надземной и подземной фитомассы, так и по ее фракционной структуре. Аддитивная модель фитомассы древостоев гармонизирована по трем уровням, один из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, второй связан с вводом «фиктивных» переменных, локализирующих модель по экорегионам Евразии, и третий согласовывает структуру фитомассы сосновых культур и естественных сосняков посредством бинарной переменной. Показано, что модель демонстрирует различия фитомассы древостоев не только по абсолютным ее значениям для стволов, хвои, ветвей и корней, но и по их соотношениям, т.е. по структуре фитомассы. Предложенные модели и соответствующие таблицы для оценки фитомассы деревьев и древостоев двухвойных сосен дают возможность определения их фитомассы в различных экорегионах Евразии по данным измерительной таксации.

V.A. Usoltsev, I.S. Tsepordey, S.O.R. Shobairi, J.A. Dar, V.P. Chasovskikh

ADDITIVE ALLOMETRIC MODELS OF TREE AND STAND BIOMASS OF TWO-NEEDED PINES AS A BASIS OF REGIONAL TAXATION STANDARDS FOR EURASIA

Key words: *subgenus Pinus L., equations additivity, biosphere role of forests, biomass of trees and forests, allometric models, sample plots, biological productivity, transcontinental tables of biomass.*

When using the unique in terms of the volumes of databases on the levels of a tree of the subgenus *Pinus* spp. and of a stand of *Pinus* spp. of plantations and natural forests, the trans-Eurasian additive allometric models of biomass of trees and forests for Eurasian forests are developed for the first time, and thereby the combined problem of model additivity and

generality is solved. The additive model of tree biomass of *Pinus* is harmonized in two ways: it eliminated the internal contradictions of the component and the total biomass equations, and in addition, it takes into account regional differences of trees of equal sizes not only on total, aboveground and underground biomass, but also on its component structure, i.e. it reflects the regional peculiarities of the component structure of tree biomass. The additive model of forest biomass of *Pinus* is harmonized in three levels, one of which provides the principle of additivity of biomass components, the second one is associated with the introduction of dummy independent variables localizing model for eco-regions of Eurasia, and the third one makes the biomass structure of plantations and natural forests compatible by means of binary variable.

В условиях непрерывно возрастающей биосферной функции лесного покрова планеты в последние годы в мировой литературе, посвящённой проблеме углерододепонирующей способности лесов, наметились две тенденции. Первая касается повышения корректности аллометрических уравнений фитомассы, по которым оценивается первичная продукция лесов, в частности путём обеспечения аддитивности фракционного состава (Parresol, 2001; Carvalho, 2003; Усольцев, 2017; Усольцев и др., 2017б), а вторая связана с необходимостью формирования мировых баз фактических данных о биологической продуктивности лесов с разработкой на их основе глобальных или трансконтинентальных закономерностей, в связи с чем научным сообществом констатируется наступление «эры больших массивов данных» (<http://www.gfbinitiative.org/symposium2017>) (Poorter et al., 2015; Crowther et al., 2015; Liang et al., 2016; Jucker et al., 2017).

Аллометрические модели фитомассы деревьев гармонизируются (согласовываются) либо путём обеспечения аддитивности фракционного состава (Dong et al., 2015), либо путём их регионализации (локализации) с помощью фиктивных переменных (Fu et al., 2012; Усольцев и др., 2017а), либо путём кодирования фиктивными переменными нескольких древесных видов в одной модели (Zeng, 2017), что выполняется обычно на локальных массивах фактических данных о фитомассе деревьев.

Аналогичные модели, разработанные на уровне насаждений, представлены на сегодня единичными исследованиями, выполненными, в частности, в культурах сосны замечательной (Bi et al., 2010) и в смешанных елово-пихтовых насаждениях Евразии (Усольцев и др., 2017б, в), причем модели были построены на альтернативных алгоритмах гармонизации, определяемых, соответственно, как «от частного – к общему» (Bi et al., 2010) и «от общего – к частному» (Усольцев, 2017; Усольцев и др., 2017б, в) без попыток какой-либо их регионализации.

После того, как авторами была сформирована евразийская база данных о фитомассе и первичной продукции лесов, составлены региональные таблицы возрастной динамики биологической продуктивности насаждений (т/га) либо по данным только тех пробных площадей, на которых получены упомянутые исходные материалы (Усольцев, 2001, 2007, 2016а), либо путем совмещения регрессионных моделей с традиционными таблицами хода роста древостоев (Усольцев, 1998; 2002; Швиденко и др., 2008). Регионализация таблиц выполнялась либо на основе фиктивных переменных, включаемых в регрессионные модели (Усольцев, 2001, 2007), либо путем привязки к градиентам природной зональности и континентальности климата (Усольцев, 2016а). Однако все они были составлены без соблюдения принципа аддитивности фракционного состава фитомассы насаждений. Таким образом, опубликованные модели и таблицы возрастной динамики фитомассы насаждений представлены либо в региональном

плане, но без соблюдения принципа аддитивности фракционного состава, либо с соблюдением аддитивности фракционного состава, но без какой-либо их регионализации.

В настоящей статье названные два подхода объединены, и предпринята первая попытка разработки аддитивных аллометрических моделей фитомассы деревьев и древостоев двухвойных сосен как основы региональных таксационных нормативов для Евразии с использованием сформированных баз данных о фитомассе деревьев и древостоев для лесов Евразии (Усольцев, 2010, 2016б; Usoltsev, 2013, 2016).

Объекты и методы

Из упомянутых баз данных взяты материалы в количестве 1700 модельных деревьев четырёх викарирующих видов подрода *Pinus* L. (соответственно *P. sylvestris* L., *P. tabulaeformis* Carr., *P. densiflora* S.et Z., *P. taeda* L.), распределенных по девяти экорегионам и обозначенных соответственно девятью фиктивными переменными от X_0 до X_8 (табл. 1). Распределение пробных площадей, на которых взяты модельные деревья в экорегионах Евразии, показано на рис. 1. Поскольку данных о фитомассе деревьев для культур вдвое меньше, чем для естественных древостоев, и в некоторых регионах данные о фитомассе культур отсутствуют, аддитивная модель на уровне деревьев рассчитывается без разделения исходного массива данных по происхождению древостоев.

Таблица 1

Схема кодирования фиктивными переменными региональных массивов фактических данных фитомассы 1700 деревьев двухвойных сосен

Экорегион*	Вид <i>Pinus</i> L.	Блок фиктивных переменных								Диапазон диаметров деревя, см	Диапазон высот деревя, м	Число наблюдений
		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8			
ЗСЕ	<i>P. sylvestris</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	1,4÷28,0	2,3÷27,0	66
ЕРсев	<i>P. sylvestris</i>	1	0	0	0	0	0	0	0	0,9÷48,0	2,2÷19,6	60
ЕРюг	<i>P. sylvestris</i>	0	1	0	0	0	0	0	0	1,0÷48,0	1,8÷32,6	291
Ур	<i>P. sylvestris</i>	0	0	1	0	0	0	0	0	2,4÷54,0	3,0÷30,2	278
ЗСсев	<i>P. sylvestris</i>	0	0	0	1	0	0	0	0	0,5÷50,4	1,5÷28,8	270
ЗСюг	<i>P. sylvestris</i>	0	0	0	0	1	0	0	0	0,9÷38,0	1,7÷23,8	327
СС	<i>P. sylvestris</i>	0	0	0	0	0	1	0	0	0,8÷48,4	1,6÷26,8	377
Кит	<i>P. tabuliformis</i>	0	0	0	0	0	0	1	0	2,5÷18,0	3,3÷19,0	13
Яп	<i>P. densiflora</i> <i>P. taeda</i>	0	0	0	0	0	0	0	1	2,2÷24,0	2,0÷17,1	18

* Обозначения экорегионов здесь и далее: ЗСЕ – Западная и Средняя Европа, широколиственные леса; ЕРсев – Европейская часть России, северная часть; ЕРюг – Европейская часть России, южная часть; Ур – Средний Урал; ЗСсев – Западная Сибирь, средняя и южная тайга; ЗСюг – Западная Сибирь, лесостепь; СС – Средняя Сибирь, южная тайга; Кит – Северо-Восточный Китай; Яп – Японские острова; ДВ – Дальний Восток.

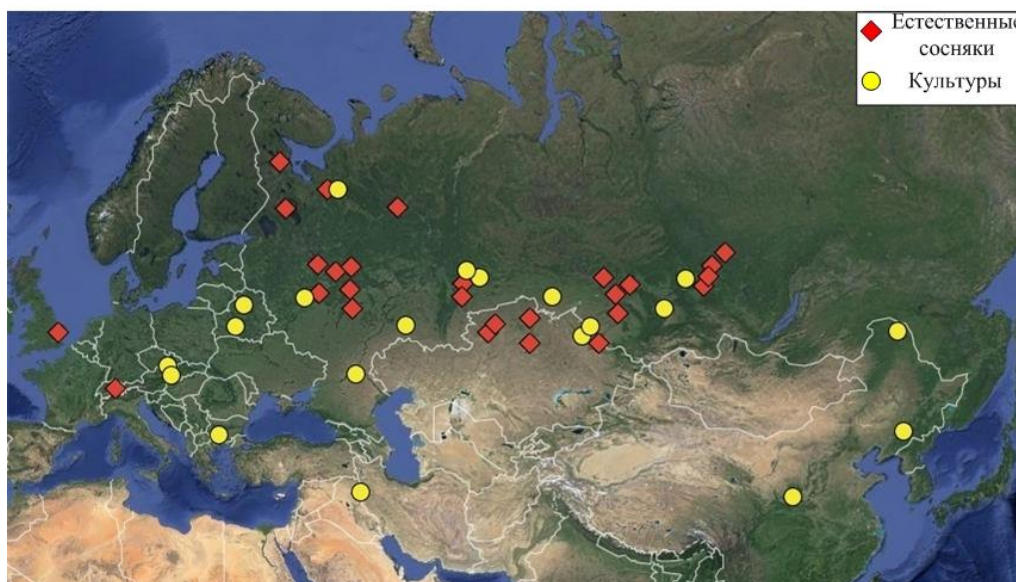


Рис. 1. Распределение пробных площадей, на которых выполнены измерения фитомассы деревьев сосны на территории Евразии. Красным цветом выделены объекты естественных древостоев, жёлтым – культуры.

Вторая база данных, использованная в наших расчетах, содержит 2420 пробных площадей с определениями фитомассы древостоев (т/га), в том числе 1440 и 980 соответственно в естественных сосняках и культурах. Подрод *Pinus* L. представлен главным образом сосной обыкновенной (*Pinus sylvestris* L.) (86 % общего количества данных) и в меньшем количестве видами *P. tabuliformis* Carr., *P. densiflora* S. et Z., *P. nigra* Arn., *P. pinaster* Aiton, *P. pithyusa* (STEVEN) SILBA, *P. thunbergii* Parl. распределенных по девяти экорегионам и обозначенных соответственно девятью фиктивными переменными от X_0 до X_8 (табл. 2). Распределение пробных площадей, на которых определена фитомасса сосновых древостоев в экорегионах Евразии, показано на рис. 2.

Таблица 2

Схема кодирования фиктивными переменными региональных массивов с фактическими данными фитомассы сосновых древостоев

Экорегион	Вид <i>Pinus</i> L.	Блок фиктивных переменных								Диапазоны				Число наблюдений
		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	Возраст, лет	Густота, тыс. экз/га	Средний диаметр, см	Средняя высота, м	
ЗСЕ	<i>P. sylvestris</i> <i>P. nigra</i> <i>P. pinaster</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	7÷220	0.212÷58.01	0.5÷54.4	1.7÷38.3	553
ЕРсев	<i>P. sylvestris</i>	1	0	0	0	0	0	0	0	10÷210	0.144÷80.60	1.4÷51.6	1.6÷33.2	642
ЕРюг	<i>P. sylvestris</i> <i>P. pithyusa</i>	0	1	0	0	0	0	0	0	5÷150	0.100÷22.10	2.4÷45.5	1.2÷35.5	572
Ур	<i>P. sylvestris</i>	0	0	1	0	0	0	0	0	10÷125	0.392÷83.64	1.8÷28.5	2.5÷21.7	64
ЗСсев	<i>P. sylvestris</i>	0	0	0	1	0	0	0	0	10÷280	0.157÷94.06	0.6÷40.6	2.6÷35.7	110
ЗСюг	<i>P. sylvestris</i>	0	0	0	0	1	0	0	0	98÷120	0.170÷56.33	1.4÷32.9	1.4÷26.2	174
СС	<i>P. sylvestris</i>	0	0	0	0	0	1	0	0	10÷380	0.107÷94.60	1.1÷50.7	1.2÷25.5	246
ДВ	<i>P. tabuliformis</i>	0	0	0	0	0	0	1	0	17÷130	0.136÷5.27	4.0÷24.0	3.3÷19.0	13
Яп	<i>P. densiflora</i> <i>P. thunbergii</i> <i>P. taeda</i>	0	0	0	0	0	0	0	1	7÷48	0.370÷36.90	1.8÷28.5	1.7÷21.1	45

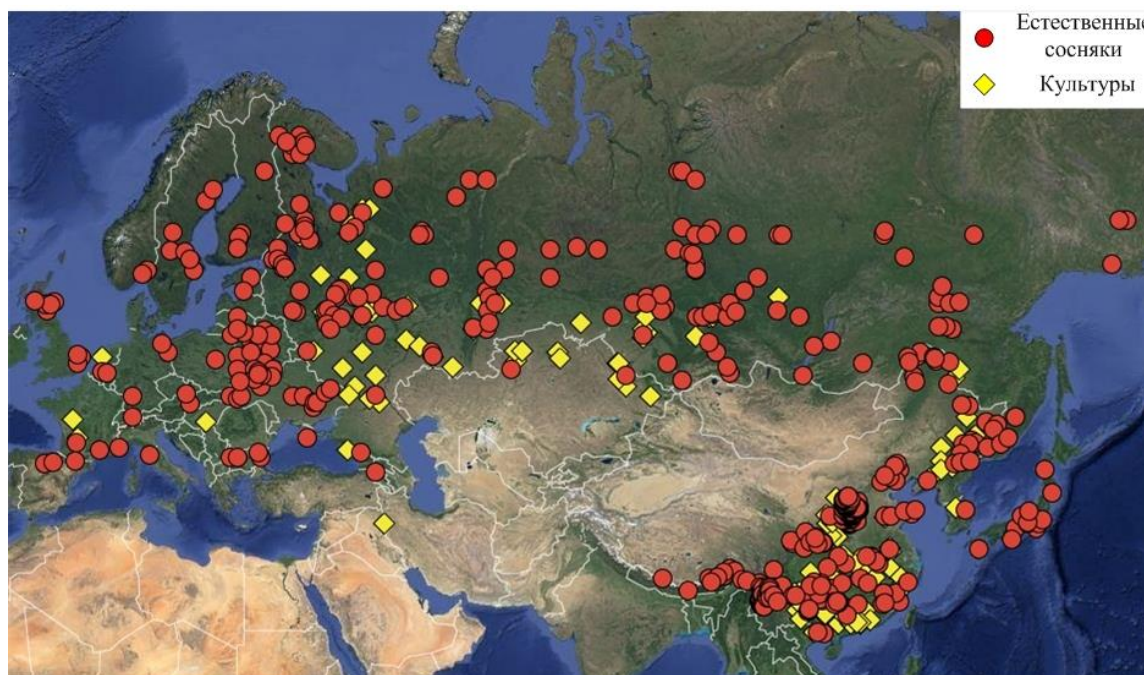


Рис. 2. Распределение пробных площадей с измерениями фитомассы (т/га) 2420 сосновых насаждений (подрод *Pinus*) на территории Евразии.

Согласно структуре «дисагрегированной» (расчленяемой) (disaggregation model) трехшаговой аддитивной системы моделей (Tang et al., 2000; Dong et al., 2015), общая фитомасса, оцененная по исходному уравнению, расчленяется на фракции согласно схеме, представленной на рис. 3. Коэффициенты регрессионных моделей всех трех шагов оцениваются одновременно, что обеспечивает аддитивность фитомассы всех фракций - общей, промежуточных и исходных (Dong et al., 2015).

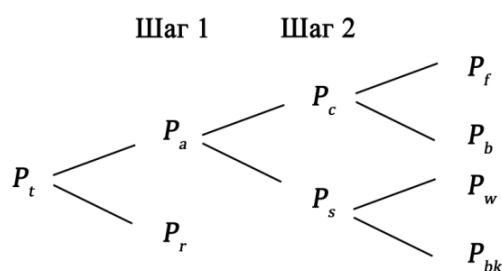


Рис. 3. Блок-схема «дисагрегированной» (расчленяемой) трехшаговой аддитивной модели фитомассы дерева. Обозначения: P_t , P_r , P_a , P_c , P_s , P_f , P_b , P_w и P_{bk} – соответственно фитомасса дерева: общая, подземная (корней), надземная, кроны (хвои и ветвей), ствола (древесины и коры), хвои, ветвей, древесины ствола и коры ствола, кг.

Результаты и обсуждение

1 Аддитивная модель фитомассы на уровне деревьев

Рассчитаны исходные аллометрические модели

$$\ln P_i = a_i + b_i (\ln D) + c_i (\ln H) + d_i (\ln D)(\ln H) + \sum e_{ij} X_j, \quad (1)$$

где P_i – фитомасса i -й фракции, кг; D – диаметр ствола на высоте груди, см; H – высота дерева, м; i – индекс фракций фитомассы: общей (t), надземной (a), корней (r), кроны (c), ствола в коре (s), хвои (f), ветвей (b), древесины ствола (w) и коры ствола (bk); j – индекс (код) фиктивной переменной, от 0 до 8 (см. табл. 1). $\sum e_{ij} X_j$ – блок фиктивных пе-

ременных для i -й фракции фитомассы j -го экорегиона. Модель (1) после антилогарифмирования имеет вид

$$P_i = e^{ai} D^{bi} H^{ci} D^{di(\ln H)} e^{\sum eijXj}. \quad (2)$$

Обоснование структуры регрессионной модели (1) было выполнено ранее (Усольцев и др., 2017а). Поскольку расчет регрессионных коэффициентов в модели (1) выполнен по преобразованным данным, для устранения смещений, вызванных логарифмированием переменных, в уравнения введена поправка, предложенная Г.Л. Баскервилем (Baskerville, 1972).

По программе многофакторного регрессионного анализа Statgraphics выполнен расчет коэффициентов уравнений (1) и получена их характеристика, которая после введения поправок на логарифмическое преобразование по Г.Л. Баскервиллю и приведения ее к виду (2) дана в табл. 3. Все регрессионные коэффициенты уравнений (2) значимы на уровне вероятности $P_{0.95}$ и выше, и уравнения адекватны исходным данным.

В соответствии со спецификой нашего исследования, структура аддитивной модели, предложенная китайскими исследователями (Tang et al., 2000; Dong et al., 2015), нами модифицирована. Путем подстановки регрессионных коэффициентов независимых уравнений из табл. 3 в структуру аддитивной модели, представленную в табл. 4, по трехшаговой схеме пропорционального взвешивания получили трансконтинентальную аддитивную модель фракционного состава фитомассы деревьев сосны с двойной гармонизацией, окончательный вид которой дан в табл. 5.

Модель действительна в диапазоне фактических данных высоты и диаметра ствола модельных деревьев, приведенных в табл. 1. Путем табулирования полученной модели (табл. 5) по задаваемым значениям D и H и по значениям фиктивных переменных, локализирующих общую модель по экорегионам, можно получить в итоге региональные нормативы, аддитивные по фракциям фитомассы и предназначенные для ее оценки в сосняках Евразии.

Поскольку иногда невозможно замерить высоты деревьев на пробных площадях, для подобных случаев при расчетах фитомассы на единице площади древостоя с применением предложенной модели рассчитано вспомогательное уравнение

$$H = 2,196 D^{0,7011} e^{-0,0094X1} e^{0,0725X2} e^{0,1138X3} e^{0,0145X4} e^{-0,1679X5} e^{-0,0164X6} e^{-0,1681X7} e^{-0,3390X8}; \quad (3)$$

$adjR^2 = 0,888; SE = 1,24.$

Выполнено табулирование построенных аддитивных моделей в формате Excel. Поскольку объем таблиц превышает формат журнальной статьи, ограничимся анализом некоторых региональных особенностей структуры фитомассы равновеликих деревьев сосны по соответствующему фрагменту итоговых таблиц (табл. 6). При их анализе можно видеть, что фитомасса всех фракций равновеликих деревьев сосны снижается в направлении от Тихоокеанского и Атлантического побережий к сибирским регионам.

Поскольку было установлено (Cunia, Briggs, 1984; Reed, Green, 1985), что устранение внутренней противоречивости уравнений фитомассы путем обеспечения их аддитивности не обязательно означает повышение точности ее оценок, необходимо выяснить, достаточно ли адекватна полученная аддитивная модель и как ее характеристики соотносятся с показателями адекватности независимых уравнений?

Таблица 3

Характеристика независимых аллометрических уравнений для двухвальных сосен

Фрак- ция фито- массы	Регрессионные коэффициенты модели										$adjR^2$ *	SE *
	P_t	$D^{1,7500}$	$H^{-0,6328}$	$D^{0,3068(\ln H)}$	$e^{-0,1168X1}$	$e^{-0,2116X2}$	$e^{-0,2818X3}$	$e^{-0,3533X4}$	$e^{-0,8662X5}$	$e^{-0,1548X6}$	$e^{-0,1300X7}$	$e^{0,1263X8}$
Шаг 1												
P_a	0,1900	$D^{1,6828}$	$H^{0,0360}$	$D^{0,1751(\ln H)}$	$e^{0,0400X1}$	$e^{-0,1362X2}$	$e^{-0,1348X3}$	$e^{-0,2435X4}$	$e^{-0,2644X5}$	$e^{-0,2081X6}$	$e^{-0,0941X7}$	$e^{0,1707X8}$
P_r	0,0876	$D^{2,0371}$	$H^{-0,9146}$	$D^{0,2950(\ln H)}$	$e^{-0,3567X1}$	$e^{-0,2684X2}$	$e^{-0,2624X3}$	$e^{0,0173X4}$	$e^{-1,2534X5}$	$e^{-0,1804X6}$	$e^{-0,1892X7}$	$e^{0,3160X8}$
Шаг 2												
P_c	0,2022	$D^{2,7333}$	$H^{-1,7414}$	$D^{0,1714(\ln H)}$	$e^{0,0099X1}$	$e^{-0,0828X2}$	$e^{-0,0751X3}$	$e^{-0,1098X4}$	$e^{-0,2266X5}$	$e^{-0,2390X6}$	$e^{0,2774X7}$	$e^{0,1532X8}$
P_s	0,0738	$D^{1,3743}$	$H^{0,6740}$	$D^{0,1575(\ln H)}$	$e^{0,1159X1}$	$e^{-0,1772X2}$	$e^{-0,1514X3}$	$e^{-0,2589X4}$	$e^{-0,2441X5}$	$e^{-0,1604X6}$	$e^{-0,1497X7}$	$e^{0,1848X8}$
Шаг 3а												
P_f	0,0905	$D^{2,8821}$	$H^{-1,6370}$	$D^{0,0401(\ln H)}$	$e^{0,1333X1}$	$e^{0,0613X2}$	$e^{-0,0084X3}$	$e^{0,0225X4}$	$e^{-0,0218X5}$	$e^{-0,1684X6}$	$e^{0,3424X7}$	$e^{0,0946X8}$
P_b	0,0752	$D^{2,7186}$	$H^{-1,5747}$	$D^{0,1993(\ln H)}$	$e^{-0,1175X1}$	$e^{-0,1961X2}$	$e^{-0,1454X3}$	$e^{-0,2168X4}$	$e^{-0,3791X5}$	$e^{-0,3323X6}$	$e^{0,2576X7}$	$e^{0,2393X8}$
Шаг 3б												
P_w	0,0377	$D^{1,3952}$	$H^{0,8717}$	$D^{0,1518(\ln H)}$	$e^{0,2369X1}$	$e^{-0,2595X2}$	$e^{-0,1443X3}$	$e^{-0,1584X4}$	$e^{-0,1333X5}$	$e^{0,1684X6}$	$e^{-0,0151X7}$	$e^{0,5966X8}$
P_{bk}	0,0459	$D^{1,3640}$	$H^{0,2267}$	$D^{0,1198(\ln H)}$	$e^{-0,3582X1}$	$e^{-0,8761X2}$	$e^{-0,6960X3}$	$e^{-0,6774X4}$	$e^{-0,5021X5}$	$e^{-0,5493X6}$	$e^{-0,4182X7}$	$e^{-0,3391X8}$

* $adjR^2$ – коэффициент детерминации, скорректированный на число наблюдений; SE – стандартная ошибка уравнения в исходной размерности P_i (кг).

Таблица 4

Структура трехшаговой аддитивной модели, реализуемой по принципу пропорционального взвешивания. Обозначения здесь и далее см. в уравнении (1).

Шаг 1	$P_r = \frac{1}{1 + \frac{a_a D^{b_a} H^{c_a} D^{d_a} (\ln H) e^{\sum e_{aj} X_j}}{a_r D^{b_r} H^{c_r} D^{d_r} (\ln H) e^{\sum e_{rj} X_j}}} \times P_t$
	$P_a = \frac{1}{1 + \frac{a_r D^{b_r} H^{c_r} D^{d_r} (\ln H) e^{\sum e_{rj} X_j}}{a_a D^{b_a} H^{c_a} D^{d_a} (\ln H) e^{\sum e_{aj} X_j}}} \times P_t$
Шаг 2	$P_c = \frac{1}{1 + \frac{a_s D^{b_s} H^{c_s} D^{d_s} (\ln H) e^{\sum e_{sj} X_j}}{a_c D^{b_c} H^{c_c} D^{d_c} (\ln H) e^{\sum e_{cj} X_j}}} \times P_a$
	$P_s = \frac{1}{1 + \frac{a_c D^{b_c} H^{c_c} D^{d_c} (\ln H) e^{\sum e_{cj} X_j}}{a_s D^{b_s} H^{c_s} D^{d_s} (\ln H) e^{\sum e_{sj} X_j}}} \times P_a$
Шаг 3а	$P_f = \frac{1}{1 + \frac{a_b D^{b_b} H^{c_b} D^{d_b} (\ln H) e^{\sum e_{bj} X_j}}{a_f D^{b_f} H^{c_f} D^{d_f} (\ln H) e^{\sum e_{fj} X_j}}} \times P_c$
	$P_b = \frac{1}{1 + \frac{a_f D^{b_f} H^{c_f} D^{d_f} (\ln H) e^{\sum e_{fj} X_j}}{a_b D^{b_b} H^{c_b} D^{d_b} (\ln H) e^{\sum e_{bj} X_j}}} \times P_c$
Шаг 3б	$P_w = \frac{1}{1 + \frac{a_{bk} D^{b_{bk}} H^{c_{bk}} D^{d_{bk}} (\ln H) e^{\sum e_{bkj} X_j}}{a_w D^{b_w} H^{c_w} D^{d_w} (\ln H) e^{\sum e_{wj} X_j}}} \times P_s$
	$P_{bk} = \frac{1}{1 + \frac{a_w D^{b_w} H^{c_w} D^{d_w} (\ln H) e^{\sum e_{wj} X_j}}{a_{bk} D^{b_{bk}} H^{c_{bk}} D^{d_{bk}} (\ln H) e^{\sum e_{bkj} X_j}}} \times P_s$

С этой целью расчетные показатели фитомассы, полученные по независимым и аддитивным уравнениям, сопоставлены с фактическими значениями фитомассы путем расчета коэффициента детерминации R^2 и среднеквадратической ошибки $RMSE$ по формулам

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2} \quad RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{N - p}}, \quad (4)$$

где Y_i - фактическое значение; \hat{Y}_i - расчётное значение по модели; \bar{Y} - среднее фактическое значение всех (N) деревьев; p - число переменных; N - общее число деревьев, включённых в расчёт R^2 и $RMSE$.

Для корректного сравнения адекватности независимых и аддитивных уравнений исходные данные приводим в сопоставимое состояние, т.е. независимые уравнения для всех фракций фитомассы рассчитываются по тем же данным, что и аддитивные уравнения для общей фитомассы. Характеристика таких «приведённых» уравнений дана в табл. 7.

Таблица 5

Трехшаговая аддитивная модель фракционного состава фитомассы деревьев сосны, реализованная по принципу пропорционального взвешивания

IIIar 1	$Pt=0,4544 D^{1,7500} H^{-0,6328} D^{0,3068} (\ln H) e^{-0,1168 X1} e^{-0,2116 X2} e^{-0,2818 X3} e^{-0,3533 X4} e^{-0,8662 X5} e^{-0,1548 X6} e^{-0,1300 X7} e^{-0,1263 X8}$
	$Pa=\frac{1+0,4607 D^{0,3543} H^{-0,9506} D^{0,1199} (\ln H) e^{-0,3967 X1} e^{-0,1322 X2} e^{-0,1276 X3} e^{-0,2608 X4} e^{-0,9890 X5} e^{-0,0277 X6} e^{-0,0951 X7} e^{-0,1454 X8}}{1} \times Pt$
	$Pr=\frac{1+2,1706 D^{-0,3543} H^{0,9506} D^{-0,1199} (\ln H) e^{-0,3967 X1} e^{-0,1322 X2} e^{-0,1276 X3} e^{-0,2608 X4} e^{-0,9890 X5} e^{-0,0277 X6} e^{-0,0951 X7} e^{-0,1454 X8}}{1} \times Pt$
	$Pc=\frac{1+0,3648 D^{-1,3610} H^{2,4154} D^{-0,0139} (\ln H) e^{-0,1060 X1} e^{-0,0944 X2} e^{-0,0763 X3} e^{-0,1491 X4} e^{-0,0175 X5} e^{-0,0786 X6} e^{-0,4271 X7} e^{-0,0316 X8}}{1} \times Pa$
IIIar 2	$Ps=\frac{1+2,7409 D^{1,3610} H^{-2,4154} D^{0,0139} (\ln H) e^{-0,1060 X1} e^{-0,0944 X2} e^{-0,0763 X3} e^{-0,1491 X4} e^{-0,0175 X5} e^{-0,0786 X6} e^{-0,4271 X7} e^{-0,0316 X8}}{1} \times Pa$
	$Pf=\frac{1+0,8312 D^{-0,1636} H^{0,0623} D^{0,1593} (\ln H) e^{-0,2508 X1} e^{-0,2574 X2} e^{-0,1370 X3} e^{-0,2392 X4} e^{-0,3573 X5} e^{-0,1639 X6} e^{-0,0848 X7} e^{-0,1447 X8}}{1} \times Pc$
	$Pb=\frac{1+1,2031 D^{0,1636} H^{-0,0623} D^{-0,1593} (\ln H) e^{-0,2508 X1} e^{-0,2574 X2} e^{-0,1370 X3} e^{-0,2392 X4} e^{-0,3573 X5} e^{-0,1639 X6} e^{-0,0848 X7} e^{-0,1447 X8}}{1} \times Pc$
	$Pw=\frac{1+1,2186 D^{-0,0311} H^{-0,6450} D^{-0,0320} (\ln H) e^{-0,5952 X1} e^{-0,6166 X2} e^{-0,5517 X3} e^{-0,5191 X4} e^{-0,3688 X5} e^{-0,7177 X6} e^{-0,4030 X7} e^{-0,9356 X8}}{1} \times Ps$
IIIar 3b	$Pbk=\frac{1+0,8206 D^{0,0311} H^{0,6450} D^{0,0320} (\ln H) e^{-0,5952 X1} e^{-0,6166 X2} e^{-0,5517 X3} e^{-0,5191 X4} e^{-0,3688 X5} e^{-0,7177 X6} e^{-0,4030 X7} e^{-0,9356 X8}}{1} \times Ps$

Таблица 6

Фрагменты аддитивной таблицы фитомассы для деревьев диаметром 14 см и высотой 14 м по экорегионам и соответствующим видам *Pinus*

Фракции фитомассы	Обозначения регионов и соответствующих видов <i>Pinus</i>								
	ЗСЕ <i>P. sylvestris</i>	ЕРсев <i>P. sylvestris</i>	ЕРюг <i>P. sylvestris</i>	Ур <i>P. sylvestris</i>	ЗСсев <i>P. sylvestris</i>	ЗСюг <i>P. sylvestris</i>	ССюг <i>P. sylvestris</i>	Кит <i>P. tabulaeformis</i>	Яп <i>P.densiflora P. taeda</i>
Общая фитомасса	73,44	65,35	59,44	55,41	51,59	30,89	62,91	64,49	83,33
Корни	13,25	8,42	9,61	8,99	11,46	2,34	11,61	10,75	16,90
Надземная	60,20	56,92	49,83	46,42	40,13	28,55	51,30	53,74	66,43
Крона	9,48	8,19	8,49	7,79	7,15	4,56	7,55	11,96	10,18
Хвоя	3,23	3,27	3,41	2,90	2,84	1,94	2,86	4,31	3,15
Ветви	6,24	4,91	5,08	4,88	4,31	2,62	4,69	7,65	7,03
Ствол в коре	50,72	48,73	41,34	38,63	32,98	23,99	43,75	41,78	56,25
Древесина ствола	43,59	44,70	37,98	35,30	30,05	21,55	40,51	37,66	52,85
Кора ствола	7,14	4,04	3,36	3,33	2,93	2,44	3,24	4,12	3,40

Таблица 7

Характеристика «приведённых» независимых аллометрических уравнений для двухвойных сосен

Регрессионные коэффициенты модели																				
Фракция фито- массы																				
P_t	0,4544	$D^{1,7500}$	$H^{-0,6328}$	$D^{0,3068(\ln H)}$	$e^{-0,1168X1}$	$e^{-0,2116X2}$	$e^{-0,2818X3}$	$e^{-0,3533X4}$	$e^{-0,8662X5}$	$e^{-0,1548X6}$	$e^{-0,1300X7}$	$e^{0,1263X8}$								
P_a	0,3484	$D^{1,6835}$	$H^{-0,5342}$	$D^{0,3033(\ln H)}$	$e^{-0,0557X1}$	$e^{-0,1943X2}$	$e^{-0,2693X3}$	$e^{-0,4355X4}$	$e^{-0,7667X5}$	$e^{-0,1403X6}$	$e^{-0,0991X7}$	$e^{0,0847X8}$								
P_r	0,0876	$D^{2,0371}$	$H^{-0,9146}$	$D^{0,2950(\ln H)}$	$e^{-0,3567X1}$	$e^{-0,2684X2}$	$e^{-0,2624X3}$	$e^{0,0173X4}$	$e^{-1,2534X5}$	$e^{-0,1804X6}$	$e^{-0,1892X7}$	$e^{0,3160X8}$								
P_c	0,4699	$D^{2,5219}$	$H^{-2,3704}$	$D^{0,3768(\ln H)}$	$e^{-0,2397X1}$	$e^{0,0518X2}$	$e^{-0,3689X3}$	$e^{-0,6157X4}$	$e^{-0,9318X5}$	$e^{-0,1914X6}$	$e^{0,2307X7}$	$e^{0,0216X8}$								
P_s	0,1036	$D^{1,3760}$	$H^{0,3002}$	$D^{0,2493(\ln H)}$	$e^{0,0398X1}$	$e^{-0,2229X2}$	$e^{-0,2209X3}$	$e^{-0,3153X4}$	$e^{-0,5733X5}$	$e^{-0,1132X6}$	$e^{-0,1298X7}$	$e^{0,1611X8}$								
P_f	0,3392	$D^{2,6434}$	$H^{-2,7239}$	$D^{0,3623(\ln H)}$	$e^{-0,4110X1}$	$e^{0,2064X2}$	$e^{-0,3144X3}$	$e^{-0,6026X4}$	$e^{-0,9611X5}$	$e^{0,0900X6}$	$e^{0,2690X7}$	$e^{-0,1211X8}$								
P_b	0,1494	$D^{2,4959}$	$H^{-1,9959}$	$D^{0,3472(\ln H)}$	$e^{-0,1448X1}$	$e^{-0,0568X2}$	$e^{-0,4330X3}$	$e^{-0,6008X4}$	$e^{-0,8704X5}$	$e^{-0,4264X6}$	$e^{0,2111X7}$	$e^{0,1217X8}$								
P_w	0,0377	$D^{1,3952}$	$H^{0,8717}$	$D^{0,1518(\ln H)}$	$e^{0,2369X1}$	$e^{-0,2595X2}$	$e^{-0,1443X3}$	$e^{-0,1584X4}$	$e^{-0,1333X5}$	$e^{0,1684X6}$	$e^{-0,0151X7}$	$e^{0,5966X8}$								
P_{bk}	0,0459	$D^{1,3640}$	$H^{0,2267}$	$D^{0,1198(\ln H)}$	$e^{-0,3582X1}$	$e^{-0,8761X2}$	$e^{-0,6960X3}$	$e^{-0,6774X4}$	$e^{-0,5021X5}$	$e^{-0,5493X6}$	$e^{-0,4182X7}$	$e^{-0,3391X8}$								

Результаты сопоставления (табл. 8) свидетельствуют о том, что аддитивные уравнения не только внутренне непротиворечивы, но и для некоторой части фракций обладают лучшими показателями адекватности по сравнению с независимыми уравнениями.

Соотношение фактических значений и значений, полученных расчётом по независимым и аддитивным моделям фитомассы деревьев (рис. 4), показывает степень коррелированности названных показателей и во многих случаях отсутствие видимых различий в структуре остаточных дисперсий, полученных по двум названным моделям.

Таблица 8

Сравнение показателей адекватности независимых и аддитивных уравнений фитомассы деревьев сосны

Показатели	Фракции фитомассы*								
	P_t	P_a	P_r	P_s	P_w	P_{bk}	P_c	P_b	P_f
Независимые уравнения									
R^2	0,945	0,947	0,765	0,953	0,886	0,972	0,760	0,766	0,716
$RMSE$	12,48	9,91	5,54	8,02	17,41	0,63	3,18	2,16	1,17
Аддитивные уравнения									
R^2	0,945	0,950	0,755	0,958	0,955	0,962	0,718	0,734	0,557
$RMSE$	12,48	9,62	5,66	7,65	10,96	0,72	3,45	2,30	1,46

* Обозначения см. рис. 3 и уравнение (1). Жирным шрифтом выделены фракции, для которых значения R^2 по аддитивным моделям выше, чем по независимым, а значения $RMSE$ соответственно ниже.

2. Аддитивная модель фитомассы на уровне древостоев

Рассчитаны исходные аллометрические модели

$$\ln P_i = a_i + b_i (\ln A) + c_i (\ln A)^2 + d_i (\ln H) + e_i (\ln D) + f_i (\ln N) + g_i Y_k + \sum h_{ij} X_j, \quad (5)$$

где P_i – масса i -й фракции, т/га; A – возраст древостоя, лет; H – средняя высота древостоя, м; D – средний диаметр стволов, см; N – густота древостоя, тыс. экз/га; $a-h$ – регрессионные коэффициенты; i – индекс фракций фитомассы: общей (t), надземной (a), корней (r), кроны (c), ствола в коре (s), хвои (f), ветвей (b), древесины ствола (w) и коры ствола (bk); Y_k – бинарная переменная: для культур $k = 1$, для естественных сосняков $k = 0$; j – индекс (код) в блоке фиктивных переменных, кодирующих экорегионы, от 0 до 8 (см. табл. 2).

Модель (5) после антилогарифмирования приведена к виду

$$P_i = a_i A^{b_i} A^{c_i (\ln A)} H^{d_i} D^{e_i} N^{f_i} e^{g_i Y_k} e^{\sum h_{ij} X_j} \quad (6)$$

Характеристика уравнений (5), полученная их аппроксимацией по фактическим данным фитомассы, после введения поправок на логарифмическое преобразование по Г. Л. Баскервиллю (Baskerville, 1972) и последующего антилогарифмирования согласно (6) приведена в табл. 9. Все регрессионные коэффициенты уравнений (6) при численных переменных значимы на уровне вероятности $P_{0.95}$ и выше, и уравнения адекватны исходным данным.

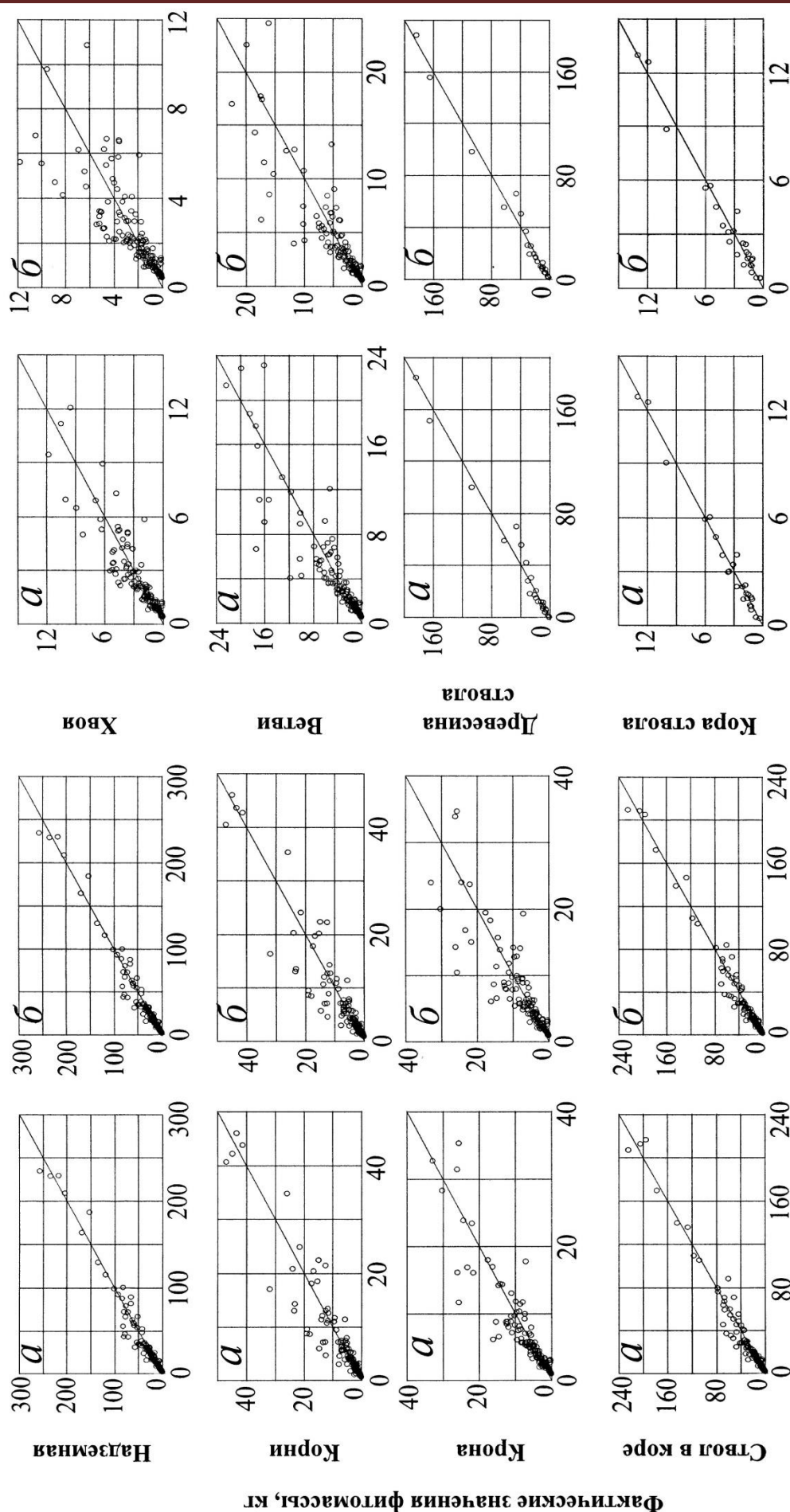


Рис. 4. Соотношение фактических значений и значений, полученных расчётом по независимым (а) и аддитивным (б) моделям фитомассы деревьев.

Таблица 9

Характеристика независимых аллометрических уравнений (7)

Фракция фитомассы		Регрессионные коэффициенты модели														$adjR^2$ *	SE*
P_i	1,0571	$A^{-0,4118}$	$A^{0,0558/(m \cdot A)}$	$H^{1,0701}$	$D^{0,9068}$	$N^{0,5875}$	$e^{0,08597k}$	$e^{-0,0435X7}$	$e^{-0,1388X2}$	$e^{0,1395X3}$	$e^{0,1090X4}$	$e^{0,1479X5}$	$e^{-0,1193X6}$	$e^{-0,1597X7}$	$e^{0,1799X8}$	0,903	1,29
P_a	0,5480	$A^{-0,0808}$	$A^{0,0176/(m \cdot A)}$	$H^{1,1114}$	$D^{0,7779}$	$N^{0,5556}$	$e^{0,02717k}$	$e^{0,0067X7}$	$e^{-0,0162X2}$	$e^{0,1217X3}$	$e^{0,0657X4}$	$e^{-0,0148X5}$	$e^{-0,1161X6}$	$e^{-0,0852X7}$	$e^{0,2239X8}$	0,884	1,31
P_r	0,0425	$A^{0,6009}$	$A^{-0,0565/(m \cdot A)}$	$H^{0,6828}$	$D^{1,0318}$	$N^{0,5728}$	$e^{0,06637k}$	$e^{-0,0647X7}$	$e^{-0,1828X2}$	$e^{0,0408X3}$	$e^{0,1391X4}$	$e^{0,3587X5}$	$e^{-0,2628X6}$	$e^{-0,2209X7}$	$e^{0,4037X8}$	0,798	1,46
Шаг 2																	
P_c	1,4754	$A^{-0,4759}$	$A^{0,0378/(m \cdot A)}$	$H^{0,2647}$	$D^{1,0685}$	$N^{0,4515}$	$e^{0,07297k}$	$e^{-0,0473X7}$	$e^{-0,1314X2}$	$e^{0,0613X3}$	$e^{0,0440X4}$	$e^{-0,0820X5}$	$e^{-0,1201X6}$	$e^{-0,0193X7}$	$e^{0,0279X8}$	0,549	1,45
P_s	0,0890	$A^{0,4044}$	$A^{-0,0331/(m \cdot A)}$	$H^{1,3272}$	$D^{0,7432}$	$N^{0,6132}$	$e^{0,02397k}$	$e^{0,0233X7}$	$e^{0,0082X2}$	$e^{0,1425X3}$	$e^{0,0720X4}$	$e^{-0,0080X5}$	$e^{-0,1092X6}$	$e^{-0,0862X7}$	$e^{0,3336X8}$	0,905	1,33
Шаг 3а																	
P_f	1,2932	$A^{-0,6162}$	$A^{0,0460/(m \cdot A)}$	$H^{0,2672}$	$D^{0,8268}$	$N^{0,4528}$	$e^{0,15307k}$	$e^{-0,0208X7}$	$e^{-0,0593X2}$	$e^{0,1105X3}$	$e^{0,1692X4}$	$e^{0,0834X5}$	$e^{-0,0001X6}$	$e^{0,1169X7}$	$e^{0,0739X8}$	0,418	1,47
P_b	0,4059	$A^{-0,2119}$	$A^{0,0077/(m \cdot A)}$	$H^{0,2377}$	$D^{1,2322}$	$N^{0,4456}$	$e^{0,04407k}$	$e^{-0,0669X7}$	$e^{-0,1691X2}$	$e^{0,0205X3}$	$e^{-0,0347X4}$	$e^{-0,2471X5}$	$e^{-0,1838X6}$	$e^{-0,0922X7}$	$e^{-0,0091X8}$	0,588	1,54
Шаг 3б																	
P_w	0,0400	$A^{0,4901}$	$A^{-0,0417/(m \cdot A)}$	$H^{1,2667}$	$D^{0,9531}$	$N^{0,7013}$	$e^{0,08507k}$	$e^{0,0437X7}$	$e^{0,0272X2}$	$e^{0,0113X3}$	$e^{0,1756X4}$	$e^{-0,0122X5}$	$e^{-0,0515X6}$	$e^{-0,0365X7}$	$e^{-0,4966X8}$	0,926	1,26
P_{bk}	0,0208	$A^{0,4809}$	$A^{-0,0356/(m \cdot A)}$	$H^{0,6159}$	$D^{1,0051}$	$N^{0,7283}$	$e^{-0,03447k}$	$e^{0,0715X7}$	$e^{-0,0297X2}$	$e^{-0,0528X3}$	$e^{0,0240X4}$	$e^{0,0742X5}$	$e^{0,0859X6}$	$e^{0,2310X7}$	$e^{0,3175X8}$	0,710	1,42

* $adjR^2$ – коэффициент детерминации, скорректированный на число наблюдений; SE – стандартная ошибка уравнения в исходной размерности P_i (т/га).

* $adjR^2$ – коэффициент детерминации, скорректированный на число наблюдений; SE – стандартная ошибка уравнения в исходной размерности P_i (т/га).

Трехшаговая аддитивная модель фракционного состава фитомассы древостоев сосны, реализованная по принципу пропорционального взвешивания

Illar 1	$P_t=1,0571\ A^{-0,4118}\ A^{0,0558(\ln d)}\ H^{1,0701}\ D^{0,9068}\ N^{0,5875}\ e^{0,0859Yk}\ e^{-0,0435Xl}\ e^{-0,1388X2}\ e^{0,1395X3}\ e^{0,1090X4}\ e^{0,1479X5}\ e^{-0,1193X6}\ e^{-0,1597X7}\ e^{0,1799X8}$									
	$P_a=\frac{1+0,0776\ A^{0,6816}\ A^{-0,0741(\ln d)}\ H^{-0,4285}\ D^{0,2539}\ N^{0,0172}\ e^{0,0392Yk}\ e^{-0,0714Xl}\ e^{-0,1666X2}\ e^{-0,0809X3}\ e^{0,0734X4}\ e^{0,3735X5}\ e^{-0,1466X6}\ e^{-0,1356X7}\ e^{0,1798X8}}{1}\times P_t$									
Illar 2	$P_r=\frac{1+12,8941\ A^{-0,6816}\ A^{0,0741(\ln d)}\ H^{0,4285}\ D^{-0,2539}\ N^{-0,0172}\ e^{-0,0392Yk}\ e^{0,0714Xl}\ e^{0,1666X2}\ e^{0,0809X3}\ e^{-0,0734X4}\ e^{-0,3735X5}\ e^{0,1466X6}\ e^{0,1356X7}\ e^{-0,1798X8}}{1}\times P_t$									
	$P_c=\frac{1+0,0603\ A^{0,8803}\ A^{-0,0709(\ln d)}\ H^{1,0625}\ D^{-0,3253}\ N^{0,1618}\ e^{-0,0490Yk}\ e^{0,0706Xl}\ e^{0,1396X2}\ e^{0,0812X3}\ e^{0,0280X4}\ e^{0,0740X5}\ e^{0,0109X6}\ e^{-0,0669X7}\ e^{0,3057X8}}{1}\times P_a$									
Illar 3a	$P_s=\frac{1+16,5775\ A^{-0,8803}\ A^{0,0709(\ln d)}\ H^{-1,0625}\ D^{0,3253}\ N^{-0,1618}\ e^{0,0490Yk}\ e^{-0,0706Xl}\ e^{-0,1396X2}\ e^{-0,0812X3}\ e^{-0,0280X4}\ e^{-0,0740X5}\ e^{-0,0109X6}\ e^{0,0669X7}\ e^{-0,3057X8}}{1}\times P_a$									
	$P_f=\frac{1+0,3139\ A^{0,4043}\ A^{-0,0383(\ln d)}\ H^{-0,0296}\ D^{0,4054}\ N^{-0,0072}\ e^{-0,1091Yk}\ e^{-0,0461Xl}\ e^{-0,1099X2}\ e^{-0,0901X3}\ e^{-0,2039X4}\ e^{-0,3305X5}\ e^{-0,1837X6}\ e^{-0,2091X7}\ e^{-0,0830X8}}{1}\times P_c$									
Illar 3b	$P_b=\frac{1+3,1860\ A^{-0,4043}\ A^{0,0383(\ln d)}\ H^{0,0296}\ D^{-0,4054}\ N^{0,0072}\ e^{0,1091Yk}\ e^{0,0461Xl}\ e^{0,1099X2}\ e^{0,0901X3}\ e^{0,2039X4}\ e^{0,3305X5}\ e^{0,1837X6}\ e^{0,2091X7}\ e^{0,0830X8}}{1}\times P_c$									
	$P_w=\frac{1+0,5200\ A^{-0,0091}\ A^{0,0061(\ln d)}\ H^{-0,6508}\ D^{0,0520}\ N^{0,0270}\ e^{-0,1194Yk}\ e^{-0,1152Xl}\ e^{-0,0569X2}\ e^{-0,0641X3}\ e^{-0,1516X4}\ e^{0,0864X5}\ e^{0,1374X6}\ e^{0,2676X7}\ e^{-0,1792X8}}{1}\times P_s$									
Illar 3c	$P_{bk}=\frac{1+1,9231\ A^{0,0091}\ A^{-0,0061(\ln d)}\ H^{0,6508}\ D^{-0,0520}\ N^{-0,0270}\ e^{0,1194Yk}\ e^{0,1152Xl}\ e^{0,0569X2}\ e^{0,0641X3}\ e^{0,1516X4}\ e^{-0,0864X5}\ e^{-0,1374X6}\ e^{-0,2676X7}\ e^{0,1792X8}}{1}\times P_s$									

Характеристика рекурсивной системы вспомогательных уравнений для массобразующих показателей

Массо образующие показатели		Регрессионные коэффициенты модели												$adjR^2$ *	SE^*
H	-16,8106	8,1606 $\ln A$	-	-	1,7607 Y_k	-1,6698 X_l	0,5695 X_2	-0,4574 X_3	-0,8264 X_4	-2,0045 X_5	-2,9016 X_6	-2,7328 X_7	2,4120 X_8	0,602	4,55
$\ln D$	-0,2831	0,1877 $\ln A$	0,8649 $\ln H$	-	0,0704 Y_k	-0,1273 X_l	0,0495 X_2	-0,1119 X_3	-0,0744 X_4	-0,1229 X_5	-0,0409 X_6	-0,0009 X_7	0,1632 X_8	0,903	0,21
$\ln N$	4,4184	-0,2215 $\ln A$	1,1306 $\ln H$	-2,2369 $\ln D$	-0,2001 Y_k	-0,1485 X_l	-0,1185 X_2	0,0036 X_3	0,0712 X_4	0,2755 X_5	-0,0601 X_6	-0,2691 X_7	0,2514 X_8	0,876	0,38

Полученные уравнения (6) модифицированы согласно выше изложенному алгоритму, и окончательный вид трансконтинентальной аддитивной модели фракционного состава фитомассы сосновых древостоев приведен в табл. 10.

Модель действительна в диапазоне фактических данных возраста древостоев, средней высоты, среднего диаметра ствола и густоты древостоев, приведенных в табл. 2, и характеризуется тройной гармонизацией: одна из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, вторая связана с вводом фиктивных переменных, локализирующих модель по экорегионам Евразии и третья согласовывает структуру фитомассы сосновых культур и естественных сосняков посредством бинарной переменной Y_k .

На следующем этапе исследования выполнено сопоставление адекватности построенной аддитивной модели (см. табл. 10) и независимых уравнений, показанных в табл. 9. Как аддитивная модель, так и независимые уравнения, протабулированы по фактическим массообразующим показателям массива фактических данных, и полученные расчетные значения фитомассы сопоставлены с фактическими по формулам (4). Результаты сопоставления адекватности двух методов моделирования сведены в табл. 11 и свидетельствуют о том, что показатели адекватности двух систем уравнений близки между собой. Соотношение фактических значений и значений, полученных расчетом по независимым и аддитивным моделям фитомассы древостоев (рис. 5), показывает степень коррелированности названных показателей и во многих случаях - отсутствие видимых различий в структуре остаточных дисперсий, полученных по двум названным моделям.

Таблица 11

Сравнение показателей адекватности независимых и аддитивных уравнений фитомассы сосновых культур и естественных древостоев, рассчитанных с их регионализацией путем введения фиктивных переменных

Показатели	Фракции фитомассы*								
	P_t	P_a	P_r	P_s	P_w	P_{bk}	P_c	P_b	P_f
Независимые уравнения									
R^2	0,876	0,858	0,676	0,866	0,855	0,524	0,446	0,470	0,331
$RMSE$	30,107	24,91	8,75	22,10	21,18	3,44	6,25	4,94	2,16
Аддитивные уравнения									
R^2	0,876	0,843	0,660	0,857	0,856	0,502	0,419	0,455	0,283
$RMSE$	30,107	26,22	8,96	22,86	21,10	3,52	6,41	5,00	2,24

* Обозначения см. уравнение (5).

Построенная аддитивная модель (см. табл. 10) включает четыре численных независимых переменных. При табулировании ее возникает проблема, которая заключается в том, что мы можем задать из четырех переменных только показатели возраста древостоя, а остальные три переменные могут быть введены в таблицу лишь в виде расчетных величин, полученных системой вспомогательных рекурсивных уравнений. Такие уравнения рассчитаны по исходному массиву фактических данных и показаны в табл. 12.

Результаты последовательного табулирования уравнений в табл. 12 и 10 представляют довольно громоздкую таблицу, объем которой превышает формат журнальной статьи. Поэтому сравнительный анализ структуры фитомассы сосновых культур и естественных сосняков разных экорегионов ограничим возрастом 60 лет (табл. 13). Согласно табл. 13, наибольшие значения фитомассы соответствуют регионам с минимальным индексом континентальности, прилегающим к Атлантическому и Тихоокеанскому побережьям, и наименьшие – регионам Сибири, характеризующимся максимальными индексами континентальности.

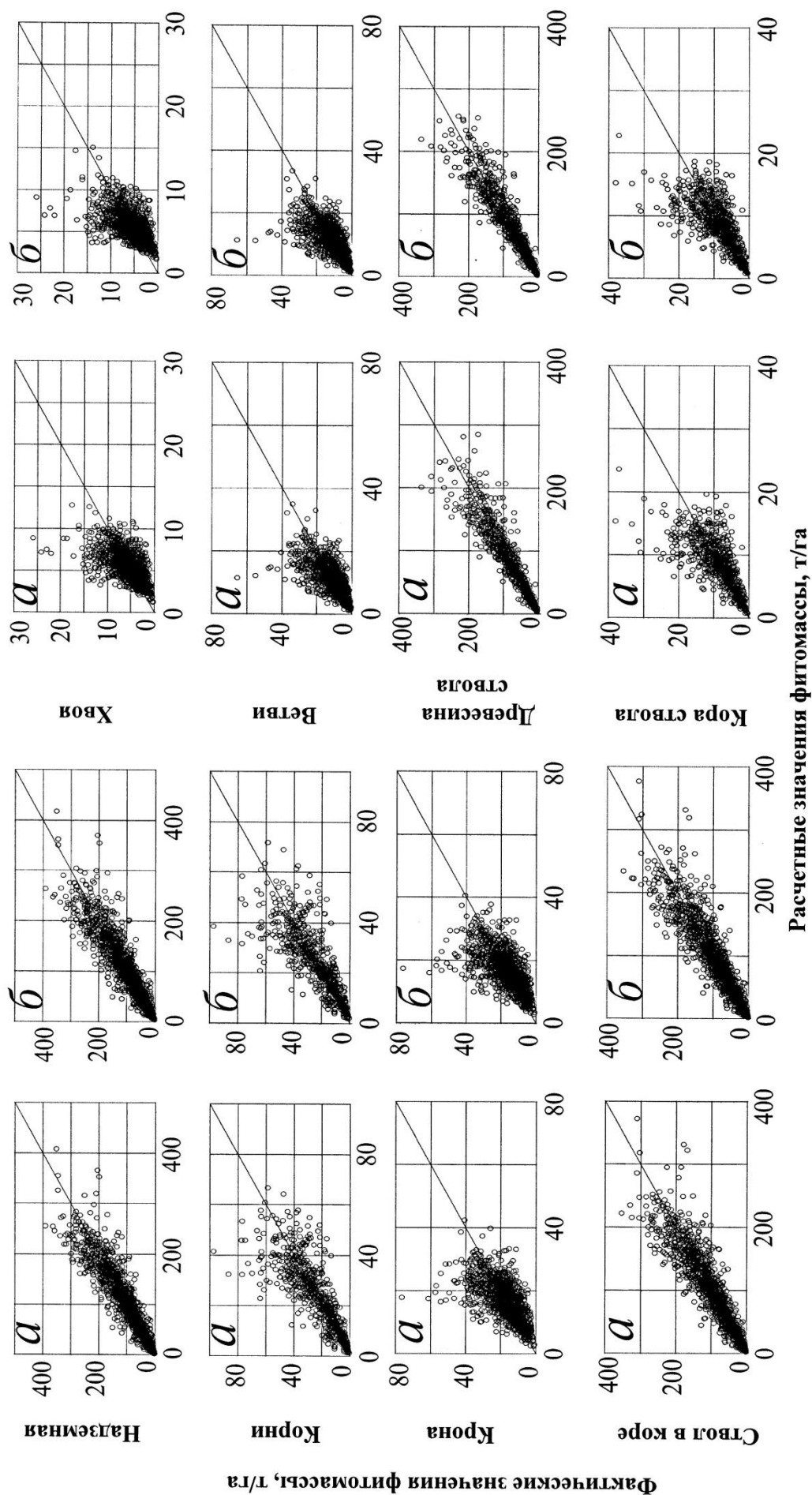


Рис. 5. Соотношение фактических значений и значений, полученных расчётом по независимым (а) и аддитивным (б) моделям фитомассы сосновых древостоев.

Таблица 13

Фрагменты аддитивной таблицы фитомассы сосняков в возрасте 60 лет (т абсолютно сухой массы на 1 га) по экорегионам

Эко- регион	Вид <i>Pinus</i> L.	H, м	D, см	N, тыс. экз/га	Фитомасса, т/га									
					P _t	P _a	P _c	P _f	P _b	P _r	P _s	P _w	P _{bk}	
Естественные насаждения														
ЗСЕ	<i>P. sylvestris P. nigra P. pinaster</i>	16,6	18,5	1,5	183,5	149,1	22,7	6,3	16,4	34,5	126,3	114,3	12,0	
ЕРсев	<i>P. sylvestris</i>	14,9	14,8	1,9	146,5	120,7	17,4	5,3	12,1	25,8	103,3	93,9	9,4	
ЕРюг	<i>P. sylvestris P. Sosnowsky P. pithyusa</i>	17,2	20,0	1,2	153,0	127,9	17,8	5,2	12,5	25,1	110,1	100,4	9,7	
Ур	<i>P. sylvestris</i>	16,1	16,1	2,0	212,9	176,1	23,8	7,4	16,4	36,9	152,3	138,4	13,9	
ЗСсев	<i>P. sylvestris</i>	15,8	16,4	2,0	205,0	164,2	23,8	7,9	15,9	40,7	140,4	128,4	12,0	
ЗСюг	<i>P. sylvestris</i>	14,6	14,6	3,0	220,2	164,5	22,6	8,4	14,2	55,6	141,9	126,1	15,8	
СС	<i>P. sylvestris</i>	13,7	15,0	1,9	122,6	101,6	16,8	5,6	11,2	21,0	84,8	74,7	10,1	
ДВ	<i>P. tabuliformis</i>	13,9	15,8	1,4	104,2	86,2	15,9	5,3	10,5	18,0	70,3	61,0	9,3	
Яп	<i>P. densiflora P. thunbergii P. taeda</i>	19,0	24,4	1,2	287,4	224,7	25,9	7,1	18,8	62,8	198,8	183,9	14,9	
Лесные культуры														
ЗСЕ	<i>P. sylvestris P. nigra P. pinaster</i>	18,4	21,6	1,0	198,6	160,4	25,8	7,4	18,4	38,2	134,6	123,9	10,8	
ЕРсев	<i>P. sylvestris</i>	16,7	17,5	1,2	160,9	131,9	20,0	6,3	13,7	29,0	111,9	103,5	8,5	
ЕРюг	<i>P. sylvestris P. Sosnowsky P. pithyusa</i>	18,9	23,3	0,8	164,8	137,1	20,2	6,1	14,0	27,7	117,0	108,3	8,7	
Ур	<i>P. sylvestris</i>	17,9	18,9	1,3	231,3	190,3	27,1	8,6	18,5	41,0	163,2	150,7	12,5	
ЗСсев	<i>P. sylvestris</i>	17,5	19,3	1,3	223,4	178,0	27,2	9,3	17,9	45,4	150,8	140,0	10,8	
ЗСюг	<i>P. sylvestris</i>	16,4	17,3	1,9	242,6	180,1	26,0	9,9	16,1	62,5	154,1	139,7	14,4	
СС	<i>P. sylvestris</i>	15,5	17,9	1,2	136,4	112,6	19,4	6,7	12,7	23,8	93,2	83,9	9,3	
ДВ	<i>P. tabuliformis</i>	15,6	18,8	0,9	115,7	95,3	18,3	6,3	12,0	20,4	77,0	68,5	8,5	
Яп	<i>P. densiflora P. thunbergii P. taeda</i>	20,8	28,3	0,8	305,8	237,4	29,2	8,2	20,9	68,4	208,2	195,1	13,2	

Культуры в 60-летнем возрасте превышают естественные сосняки по общей фитомассе и массе хвои на 17%, а по массе стволов, ветвей и корней соответственно на 7, 12 и 11% (см. табл. 13). Показатели фитомассы разных экорегионов различаются не только по абсолютной величине, но и по соотношениям массы разных фракций; например доля хвои в надземной фитомассе составляет в сосняках Западной Европы, Западной Сибири и Японии соответственно 4,2; 4,8 и 3,1%.

Заключение

Таким образом, впервые на уникальных по объёму базам фактических данных о фитомассе деревьев и древостоев на примере подрода *Pinus* L. разработаны трансевразийские аддитивные модели фитомассы сосны, и тем самым решена совмещенная проблема аддитивности и всеобщности моделей. Модель фитомассы деревьев гармонизирована двояко: в ней устранена внутренняя противоречивость «фракционных» и общего уравнения, и кроме того, она учитывает региональные (и соответственно, видовые) различия равновеликих деревьев как по величине общей, надземной и подземной фитомассы, так и по ее фракционной структуре.

Аддитивная модель фитомассы древостоев гармонизирована по трем уровням, один из которых обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, второй связан с вводом «фиктивных» переменных, локализующих модель по экорегионам Евразии, и третий согласовывает структуру фитомассы основных культур и естественных сосняков посредством бинарной переменной. Полученная модель демонстрирует различия фитомассы древостоев не только по абсолютным ее значениям для стволов, хвои, ветвей и корней (как это свойственно тривиальным независимым моделям, включающим лишь фиктивные переменные), но и по их соотношениям, т.е. по структуре фитомассы. Предложенные модели и соответствующие таблицы для оценки фитомассы деревьев и древостоев двухвойных сосен дают возможность определения их фитомассы в различных экорегионах Евразии по данным измерительной таксации.

Список использованной литературы

- Усольцев В.А. Формирование банков данных о фитомассе лесов. Екатеринбург: УрО РАН, 1998. 541 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3224>).
- Усольцев В.А. Фитомасса лесов Северной Евразии: база данных и география. Екатеринбург: УрО РАН, 2001. 708 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3280>).
- Усольцев В.А. Фитомасса лесов Северной Евразии: нормативы и элементы географии. Екатеринбург: УрО РАН, 2002. 762 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3302>).
- Усольцев В.А. Биологическая продуктивность лесов Северной Евразии: методы, база данных и ее приложения. Екатеринбург: УрО РАН, 2007. 636 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3281>).
- Усольцев В.А. Фитомасса и первичная продукция лесов Евразии. Екатеринбург: УрО РАН, 2010. 570 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/2606>).
- Усольцев В.А. Биологическая продуктивность лесообразующих пород в климатических градиентах Евразии (к менеджменту биосферных функций лесов). Екатеринбург: Уральский государственный лесотехнический университет, 2016а. 384 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/5634>).
- Усольцев В.А. Фитомасса модельных деревьев лесообразующих пород Евразии: база данных, климатически обусловленная география, таксационные нормативы. Екатеринбург: Уральский государственный лесотехнический университет, 2016б. 336 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/5696>).

Усольцев В.А. Об аддитивных моделях биомассы деревьев: неопределённости и попытка их аналитического обзора // Эко-потенциал. 2017. № 2 (18). С. 23-46 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/6550>).

Усольцев В.А., Колчин К.В., Воронов М.П. Фиктивные переменные и смещения всеобщих аллометрических моделей при локальной оценке фитомассы деревьев (на примере *Picea* L.) // Эко-потенциал. 2017а. № 1 (17). С. 22-39 (<http://elar.usfeu.ru/bitstream/123456789/6502/1/eko-17-02.pdf>)

Усольцев В.А., Воронов М.П., Шобейри С.О.Р., Дар Дж.А., Колчин К.В., Часовских В.П., Марковская Е.В. Сравнительный анализ традиционных и аддитивных моделей фракционного состава биомассы деревьев и древостоев (на примере родов *Picea* L. и *Abies* Mill.) // Эко-потенциал. 2017б. № 3 (19). С. 9-31 (http://elar.usfeu.ru/bitstream/123456789/6638/1/eko_17-3_01.pdf).

Усольцев В.А., Воронов М.П., Колчин К.В., Маленко А.А., Кох Е.В. Трансконтинентальная аддитивная модель и таблица для оценки фитомассы елово-пихтовых древостоев Евразии // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. 2017в. № 9 (155). С. 91-100.

Швиденко А.З., Щепашенко Д.Г., Нильссон С., Булуй Ю.И. Таблицы и модели хода роста и продуктивности насаждений основных лесообразующих пород Северной Евразии (нормативно-справочные материалы). 2-е изд. Москва: Федеральное агентство лесного хозяйства, 2008. 886 с.

Baskerville G. L. Use of logarithmic regression in the estimation of plant biomass // Canadian Journal of Forest Research. 1972. Vol. 2. P. 49-53.

Bi H., Long Y., Turner J., Lei Y., Snowdon P., Li Y., Harper R., Zerihun A., Ximenes F. Additive prediction of aboveground biomass for *Pinus radiata* (D. Don) plantations // Forest Ecology and Management. 2010. Vol. 259. P. 2301-2314.

Carvalho J. P. Uso da propriedade da aditividade de componentes de biomassa individual de *Quercus pyrenaica* Willd. com recurso a um sistema de equações não-linear // Silva Lusitana. 2003. Vol. 11. No. 2. P. 141 – 152.

Crowther T. W., Glick H. B., Covey K. R., Bettigole C., Maynard D. S., Thomas S. M., Smith J. R., Hintler G., Duguid M. C., Amatulli G., Tuanmu M.-N., Jetz W., Salas C., Stam C., Piotta D., Tavani R., Green S., Bruce G., Williams S. J., Wiser S. K., Huber M. O., Hengeveld G. M., Nabuurs G.-J., Tikhonova E., Borchardt P., Li C.-F., Powrie L. W., Fischer M., Hemp A., Homeier J., Cho P., Vibrans A. C., Umunay P. M., Piao S. L., Rowe C. W., Ashton M. S., Crane P. R., Bradford M. A. Mapping tree density at a global scale // Nature. 2015. Vol. 525. P. 201–205.

Dong L., Zhang L., Li F. A three-step proportional weighting system of nonlinear biomass equations // Forest Science. 2015. Vol. 61. No. 1. P. 35-45.

Fu L. Y., Zeng W. S., Tang S. Z., Sharma R. P., Li H. K. Using linear mixed model and dummy variable model approaches to construct compatible single-tree biomass equations at different scales – A case study for Masson pine in Southern China // Journal of Forest Science. 2012. Vol. 58. No. 3. P. 101–115.

Jucker T., Caspersen J., Chave J., Antin C., Barbier N., Bongers F., Dalponte M., van Ewijk K. Y., Forrester D. I., Heani M., Higgins S. I., Holdaway R. J., Iida Y., Lorimer C., Marshall P. M., Momo S., Moncrieff G. R., Ploton P., Poorter L., Rahman K. A., Schlund M., Sonké B., Sterck F. J., Trugman A. T., Usoltsev V. A., Vanderwel M. C., Waldner P., Wedeux B., Wirth C., Wöll H., Woods M., Xiang W., Zimmermann N., Coomes D. A. Allometric equations for integrating remote sensing imagery into forest monitoring programmes // Global Change Biology. 2017. Vol. 23. P. 177-190.

Liang J., Crowther T. W., Picard N., Wiser S., Zhou M., Alberti G., Schulze E.-D., McGuire A. D., Bozzato F., Pretzsch H., de-Miguel S., Paquette A., Hérault B., Scherer-Lorenzen M., Barrett C. B., Glick H. B., Hengeveld G. M., Nabuurs G.-J., Pfautsch S., Viana

H., Vibrans A. C., Ammer C., Schall P., Verbyla D., Tchebakova N. M., Fischer M., Watson J. V., Chen H. Y. H., Lei X., Schelhaas M.-J., Lu H., Gianelle D., Parfenova E. I., Salas C., Lee E., Lee B., Kim H. S., Bruelheide H., Coomes D. A., Piotta D., Sunderland T., Schmid B., Gourlet-Fleury S., Sonké B., Tavani R., Zhu J., Brandl S., Vayreda J., Kitahara F., Searle E. B., Neldner V. J., Ngugi M. R., Baraloto C., Frizzera L., Balazy R., Oleksyn J., Zawila-Niedzwiecki T., Bouriaud O., Bussotti F., Finér L., Jaroszewicz B., Jucker T., Valladares F., Jagodzinski A. M., Peri P. L., Gonmadje C., Marthy W., O'Brien T., Martin E. H., Marshall A. R., Rovero F., Bitariho R., Niklaus P. A., Alvarez-Loayza P., Chamuya N., Valencia R., Mortier F., Wortel V., Engone-Obiang N. L., Ferreira L. V., Odeke D. E., Vasquez R. M., Lewis S. L., Reich P. B. Positive biodiversity-productivity relationship predominant in global forests // *Science*. 2016. Vol. 354. Issue 6309. P. 196-208.

Parresol B. R. Additivity of nonlinear biomass equations // *Canadian Journal of Forest Research*. 2001. Vol. 31. No. 5. P. 865-878.

Poorter H., Jagodzinski A. M., Ruiz-Peinado R., Kuyah S., Luo Y., Oleksyn J., Usoltsev V. A., Buckley T. N., Reich P. B., Sack L. How does biomass allocation change with size and differ among species? An analysis for 1200 plant species from five continents // *New Phytologist*. 2015. Vol. 208. Issue 3. P. 736-749.

Tang S., Zhang H., Xu H. Study on establish and estimate method of compatible biomass model // *Scientia Silvae Sinica*. 2000. Vol. 36. P. 19-27 (in Chinese with English abstract).

Usoltsev V.A. Forest biomass and primary production database for Eurasia. CD-version. The second edition, enlarged and re-harmonized. Yekaterinburg: Ural State Forest Engineering University, 2013. ISBN 978-5-94984-438-0 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3059>).

Usoltsev V.A. Single-tree biomass data for remote sensing and ground measuring of Eurasian forests. CD-version in English and Russian. Yekaterinburg: Ural State Forest Engineering University, 2016. ISBN 978-5-94984-600-1 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/6103>).

Zeng W. S. Developing tree biomass models for eight major tree species in China // *Biomass volume estimation and valorization for energy*. Chapter 1. Ed. by J. S. Tumuluri / Inrech Publisher, 2017. P. 3-21.

Работа выполнена в рамках Государственного задания Ботанического сада УрО РАН.